

Alumnos con evaluación continua: Deben procurar contestar tanto a la cuestión como a los problemas.

Alumnos con solamente examen presencial: Debe superar el 40% de la nota máxima de cada parte por separado.

Cuestiones: conteste breve y razonadamente, ajustándose a la pregunta y explicando lo que hace.

Problemas: debe resolverlos, no sólo decir cómo se se podrían resolver, ni poner la solución, sino que **hay que resolverlos realmente, explicando con claridad los pasos y discutir los resultados**. Recuerde definir **todas** las variables que use y **explicar** la notación y las fórmulas que utilice.

No haga números hasta haber obtenido una expresión algebraica (estime entonces en órdenes de magnitud).

Solamente se permite el uso de un libro de Tablas y Fórmulas matemáticas, sin añadido alguno.

CUESTIONES (puntuación: hasta 1,5 puntos por cuestión)

C1.- (para todos los estudiantes)

El estado de espín de dos partículas 1 y 2 de espín $s = 1/2$ no interactuantes puede escribirse como un producto $|\alpha\rangle_1 |\delta\rangle_2 \equiv |\alpha\delta\rangle$, donde $|\alpha\rangle$, $|\delta\rangle$ pueden ser cualquiera de los estados $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ de una base del espacio de estados de espín 1/2.

Encontrar la forma del operador de intercambio de espín \hat{C} que actuando sobre $|\alpha\delta\rangle$ da como resultado $\hat{C} |\alpha\delta\rangle = |\delta\alpha\rangle$, es decir, intercambia el estado de espín de las partículas.

Expresar \hat{C} en términos de las matrices de Pauli.

C2.- (solamente deben responderla los estudiantes que no hayan realizado la evaluación continua)

La energía potencial de interacción entre los átomos que forman una molécula de HCl puede aproximarse por un potencial de Morse

$$V(x - x_{eq}) = D \left(\exp[-2a(x - x_{eq})] - 2 \exp[-a(x - x_{eq})] \right)$$

siendo x_{eq} la distancia de equilibrio, con $D \simeq 4,4$ eV y $a \simeq 1,85$ Å. Determinar la energía del estado de vibración fundamental de la molécula. (Datos: $hc = 12,400$ eV·Å; masa reducida HCl $\simeq 35 \times 10^9$ MeV/c²)

PROBLEMAS (puntuación: hasta 3,5 puntos por problema)

P1.- (para todos los estudiantes)

Dos partículas distinguibles de espín 1/2 interactúan entre sí y con un campo magnético externo \mathbf{B} (de módulo B) a través del hamiltoniano

$$\hat{H} = \frac{J}{\hbar} (\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2) + gB (\hat{S}_{1,z} + \hat{S}_{2,z})$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a las partículas 1 y 2. Además, se define al operador magnetización como $\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{S}}_1 - \hat{\mathbf{S}}_2$.

(a) Encontrar y clasificar las energías y los autoestados del sistema.

(b) Supongamos que $J > 0$ y $B < 2J/g$. ¿Cuál es entonces el estado fundamental? ¿Cuál es su momento angular total? ¿Cuánto vale $\langle \hat{\mathbf{M}} \rangle$ en dicho estado?

(c) Responder a las mismas preguntas que en (b) si $J > 0$ y $B > 2J/g$.

(d) Responder a las mismas preguntas si $J < 0$.

P2.- (para todos los estudiantes)

El hamiltoniano \hat{H}_0 de un sistema tiene dos autofunciones degeneradas ϕ_{01} y ϕ_{02} con energía E_0 . Los niveles excitados $n = 1, 2, \dots$ son no degenerados, siendo las autofunciones ϕ_n y las autoenergías $E_n = E_0 + 4nG$, con G una constante positiva. Se perturba el sistema con un hamiltoniano \hat{W} tal que

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

a primer orden habrá que tener en cuenta también las contribuciones que provienen de las ϕ_n . Así pues

b) Corregir a primer orden las funciones ϕ_{01} , ϕ_{02} teniendo en cuenta la presencia de los estados ϕ_n . Compare www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.

Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Formulario para examen de *Física Cuántica II*

• Datos que podrían ser útiles:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad 1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$R_\infty = 109737 \text{ cm}^{-1} \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad N_A = 60,2 \times 10^{22} \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \simeq 0,52 \text{ \AA}$$

$$\lambda_C = h/(m_e c) = 0,024 \text{ \AA} \quad \mu_b = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1} \quad 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ kg s}^{-2} \text{ C}^{-2}$$

• Integrales que podrían ser útiles:

$$\int_0^t e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(t) \quad \int_0^\infty x^m \exp(-ax^2) dx = \begin{cases} \frac{n!}{2a^{n+1}} & \text{si } m = 2n + 1 \text{ (} m \text{ impar)} \\ \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^{n+1}} \sqrt{\frac{\pi}{a^{2n+1}}} & \text{si } m = 2n \text{ (} m \text{ par)} \end{cases}$$

$$\int_0^\infty r^n e^{-ar} dr = n!/a^{n+1} \quad \int x^2 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} \left(x^2 - \frac{2x}{a} + \frac{2}{a^2} \right)$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{x}{2} \quad \int x \cos^2 x dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{4} \sin(2x) + \frac{1}{8} \cos(2x)$$

$$\int x^2 \cos^2 x dx = \frac{x^3}{6} + \frac{x}{4} \cos(2x) + \frac{1}{4} \left(x^2 - \frac{1}{2} \right) \sin(2x)$$

• Operadores

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\Phi) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \quad \hat{L}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]$$

$$\hat{L}_x = i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cotg \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \quad \hat{L}_y = i\hbar \left(-\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cotg \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \quad \hat{L}_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

• Matrices de Pauli

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

• Perturbaciones independientes del tiempo

$$E_n^{(1)} = \langle \psi_n^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle \quad |\psi_n^{(1)}\rangle = |\psi_n^{(0)}\rangle + \sum_{k \neq n} \frac{\langle \psi_k^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} |\psi_k^{(0)}\rangle \quad E_n^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{|\langle \psi_k^{(0)} | \hat{H}_p | \psi_n^{(0)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$$

• Perturbaciones dependientes del tiempo

$$\lambda A_{ik}^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t e^{i\Omega_{ki}(\tau-t_0)} \langle \psi_k^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau) | \psi_i^{(0)} \rangle d\tau \quad \text{con } \Omega_{ki} = (E_k^{(0)} - E_i^{(0)})/\hbar$$

$$\lambda^2 A_{ik}^{(2)}(t) = -\left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \sum_n \int_{t_0}^t d\tau \int_{t_0}^\tau d\tau' e^{i\Omega_{kn}(\tau-t_0)} e^{i\Omega_{ni}(\tau'-t_0)} \langle \psi_k^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau) | \psi_n^{(0)} \rangle \langle \psi_n^{(0)} | \lambda \hat{W}(\tau') | \psi_i^{(0)} \rangle$$

$$\dots \sin^2 \left(\frac{\omega - |\Omega_{mn}|_t}{t} \right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99